

ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL COM GEOGEBRA NO SMARTPHONE

ELABORATION OF EXPONENTIAL FUNCTION INVESTIGATIVE ACTIVITIES WITH GEOGEBRA ON SMARTPHONE

Dielle Cruz da Costa **1**

Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria **2**

Resumo: Este artigo objetiva discutir os elementos necessários para a elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial com o aplicativo GeoGebra no Smartphone. A proposta metodológica é de cunho qualitativo e os dados foram produzidos, a partir da análise de atividades elaboradas para uma oficina realizada com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A referida análise foi realizada triangulando o enunciado das questões com autores referência na área das investigações matemáticas. Da análise realizada, concluímos que os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial são: intencionalidade na elaboração dos enunciados das questões; elaborar questões que envolvam conceitos e representações simbólicas variadas, relativas à Função Exponencial; adotar uma perspectiva transdisciplinar, explorando uma situação oriunda das vivências dos alunos; integrar as ramificações da matemática em uma perspectiva intradisciplinar; propor o uso didático das tecnologias digitais, com a finalidade de abordar as diferentes propriedades da Função Exponencial.

Palavras-chave: Matemática Escolar. Ensino Médio. Tecnologias Digitais. Educação Matemática. Educação Pública.

Abstract: This article aims to discuss the elements necessary for the development of Exponential Function investigative activities with the GeoGebra application on the Smartphone. The methodological proposal is qualitative in nature and the data were produced, from the analysis of activities prepared for a workshop held with first-year high school students. This analysis was carried out by triangulating the wording of the questions with reference authors in the area of mathematical investigations. From the analysis carried out, we concluded that the elements necessary for the elaboration of Exponential Function investigative activities are: intentionality in the elaboration of the question statements; elaborate questions involving varied concepts and symbolic representations, related to the Exponential Function; adopt a transdisciplinary perspective, exploring a situation arising from students' experiences; integrate the branches of mathematics in an intradisciplinary perspective; propose the didactic use of digital technologies, with the purpose of addressing the different properties of the Exponential Function.

Keywords: School Mathematics. High School. Digital Technologies. Mathematics Education. Public Education.

1 Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Viçosa (UFV). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6739505207040127>. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-1929-4655>. Email: diellecosta1@gmail.com

2 Doutora em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP – Rio Claro). Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Viçosa (UFV). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2095094106106751>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2422-969X>. Email: rejane.faria@ufv.br

Introdução

Este artigo objetiva discutir os elementos necessários para a elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial com aplicativo GeoGebra no Smartphone. Tecemos um breve contexto histórico dos conceitos das funções, dando destaque ao conceito de Função Exponencial. Enfatizamos que a proposta metodológica é de cunho qualitativo e consideramos a relevância de abordar os conceitos transdisciplinaridade e intradisciplinaridade matemática. Destacamos que:

[...] a transdisciplinaridade pode ser entendida como a relação de uma ou mais disciplinas com o contexto social, cultural, histórico e político de uma comunidade, relação essa que procura estimular uma nova compreensão da realidade articulando elementos que passam entre, além e através (ideia de trans) das disciplinas, em uma busca de compreensão da complexidade que envolve o ser humano, o conhecimento e a consciência (Faria, 2016, p. 64).

Além disso, utilizamos uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática sob um olhar intradisciplinar, que “[...] corresponde às estritas relações das ramificações de uma mesma disciplina. Nesse sentido, a Matemática pode ser entendida como disciplina matriz, e a aritmética, geometria e álgebra como disciplinas derivadas” (Faria, 2016, p. 64).

Discutimos a essência desses conceitos na atividade investigativa de função exponencial com tecnologias digitais, no contexto educacional, destacando trechos relevantes das questões propostas na atividade e apontando traços característicos desses elementos.

Elementos necessários a uma atividade matemática investigativa de função exponencial

A investigação matemática proporciona aos alunos meios para que eles produzam conhecimento matemático, no sentido de que eles mesmos elaborem seus pensamentos e assim consigam construir uma resposta argumentada sobre o que se pede no problema, não recorrendo a modelos de respostas prontas (Meneghetti; Redling, 2012). Nesse sentido, “[...] ao se propor uma atividade investigativa, exploratória, o aluno pode se sentir protagonista, ou seja, o sujeito de sua própria aprendizagem, tornando-se assim o professor, como comunidade, um agente transformador da atividade e da aprendizagem” (Ragoni; Chiari, 2021, p. 275).

Assim, podemos esperar que o aluno amadureça seus pensamentos, a fim de que ele não utilize respostas pré-estabelecidas, mas sim estabeleça a autonomia para procurar soluções e buscar formas de alcançar suas metas de estudos na matemática escolar e cotidiana. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23):

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito de atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor.

Skovsmose (2000) aborda a relevância de constituir um cenário para a investigação. Para o autor, o cenário é um espaço atraente para o aluno, que possibilita a elaboração de problemas e busca explicações para solucioná-los. Assim, a partir do momento em que os alunos passam a assumir o controle em explorar e explicar, um novo ambiente de aprendizagem se forma, e nesse novo cenário investigativo, os alunos assumem o controle do processo. Dessa forma, o ambiente muda, se comparado à sala de aula, nos moldes do ensino tradicional, de modo que os alunos passam

a ser os protagonistas no processo de aprendizagem. Assim, aos alunos é dada a oportunidade de explorar e conhecer. A partir do momento em que eles aceitam a ideia do cenário investigativo, eles estão dispostos a trabalhar com a ideia de descobertas e interpretações (Skovsmose, 2000). Assim, “[...] uma investigação tem um caráter necessariamente problemático, mas permite a elaboração de diversos tipos de questões, estimulando a exploração em várias direções” (Meneghetti; Redling, 2012, p. 203). Para Serrazina, *et al.* (2002, p. 42):

[...] o que é importante é apresentar aos alunos um conjunto de propostas de trabalho interessantes, que envolvam conceitos matemáticos fundamentais e onde os alunos tenham oportunidade para experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar as suas ideias e tomar decisões.

Diante disso, o professor tem uma tarefa importante na hora de conduzir esse processo. Além de demonstrar habilidade na elaboração e apresentação aos alunos de um determinado problema, o professor precisa ter em mente como coordenar a situação para que essa não tome rumos muito diferentes do que se prevê. O professor deve, portanto, mediar, conduzir as atividades e separar estratégias que melhor proporcionem o aprendizado do aluno. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 26), “[...] o professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade”. Nesse sentido, o professor precisa estar ciente da relevância de elaborar questões com o propósito de estimular a participação do aluno, de modo que ele seja conduzido a despertar o pensamento matemático, a fim de explorar as diversas estratégias que proporcionem encontrar uma solução apropriada para o problema.

Ao iniciar uma investigação, o aluno deve estar ciente sobre o que é esperado como resposta, mesmo que ele não consiga alcançá-la. Nesse sentido, ao “[...] propor uma tarefa de investigação, espera-se que os alunos possam, de uma maneira mais ou menos consistente, utilizar os vários processos que caracterizam a atividade investigativa em Matemática” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2003, p. 29). Ressaltamos ainda, que uma das características que uma atividade investigativa deve possuir é permitir que a resolução seja realizada por meio de vários processos. Por isso, Silva (2022) destaca que na investigação matemática, o aluno não possui em mãos métodos que deem a ele a possibilidade para se obter uma resolução imediata, referente a algum problema a ser investigado, mas precisa encontrar caminhos e testar possibilidades para se obter soluções.

Para Braumann (2002), o aprendizado da matemática não se restringe ao simples modo de compreender a matemática já existente, mas consiste na capacidade de realizar investigação de origem matemática. “Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo” (Braumann, 2002, p. 5). Acerca dessa concepção, Silva (2022) argumenta que, a investigação matemática como metodologia de ensino tem se mostrado promissora para que se alcance um ensino de qualidade. Isso não significa que devemos descartar a relevância de aprender e conhecer os procedimentos, tais como os métodos e técnicas que já são utilizados nas resoluções, mas destaca a relevância no que se refere ao aprendizado de resultados que possam ser alocados a eles, na expectativa de alinhar o conhecimento já existente ao raciocínio, com intuito de alcançar generalizações e conhecimentos novos.

Ao propor atividades investigativas para o desenvolvimento e exploração do raciocínio proporcional, Faria e Maltempi (2020) indicam elementos necessários para que os objetivos sejam alcançados, a saber: formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo, elaborar questões pautadas na estrutura multiplicativa; privilegiar situações relativas ao cotidiano; com caráter transdisciplinar; propor uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática utilizando tecnologias digitais em uma perspectiva intradisciplinar. No caso analisado neste artigo, propomos indicar os elementos necessários à elaboração de atividades investigativas de função exponencial, com base nos elementos apontados por Faria e Maltempi (2020).

Breve histórico sobre o conceito de função

A matemática permeia nosso cotidiano desde que percebemos a necessidade de buscar meios que garantam nossa sobrevivência e existência. Com sua linguagem, técnicas e propriedades, a matemática evolui, ampliando cada vez mais suas ramificações. Nesse contexto, o estudo de funções tem proporcionado ao ser humano, solucionar problemas com as mais variadas características, afinal “[...] as experiências e necessidades dos homens construíram e reconstruíram afirmações que foram se somando, alterando e caracterizaram ao longo dos séculos o que se tem hoje compreendido como conceito de função” (Silva, 2015, p. 14).

De acordo com Silva (2015), da Antiguidade à Idade Média, estudos envolvendo relações entre as grandezas físicas e fenômenos naturais impulsionaram discussões matemáticas, direcionando para o que temos hoje como conceito de função. Segundo o autor, a origem do conceito se deu nos estudos de filósofos como Nicolau Oresme e Galileu Galilei. Ponte (1990) acrescenta que características bem simples acerca desse conceito têm seus achados em épocas anteriores. No entanto, no que cabe à construção do conceito claramente individualizado e como objeto de estudo recursivo da matemática, os registros apontam para o final do século XVII, estando relacionado com o desenvolvimento do cálculo.

Mais precisamente, as primeiras contribuições para o delineamento do conceito de função emergiram dos trabalhos de Newton (1642-1722) e Leibniz (1646-1716), embora com linguagem diferente da que usamos atualmente (Pinheiro, 2021; Ponte, 1990). Newton (1642-1722) usou termos como “relata quantias” para nomear a variável independente e “genita” como o resultado obtido através de outros valores, por meio das quatro operações fundamentais. Posteriormente, em 1673, foi Leibniz (1646-1716), quem primeiro citou o termo “função” para designar, em termos gerais, a dependência de uma curva de quantidades geométricas, como as subtangentes e subnormais. Introduziu também a terminologia de “constante”, “variável” e “parâmetro” (Ponte, 1990, p. 3). Tornando-se um termo indispensável na representação de quantidades dependentes, no que se refere a alguma variável por meio de uma expressão analítica, que veio a ser importante no desenvolvimento de estudos de curvas por meios algébricos. Para Ponte (1990), as funções constituem o conceito mais importante da matemática.

Outros matemáticos, também, utilizaram o termo função em seus estudos, como Jean Bernoulli (1667-1748) que fez uso do termo para designar a definição de função de certa variável como uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constantes. Mais tarde, Leonhard Euler (1707-1783), antigo aluno de Bernoulli, substituiu o termo “quantidade” por “expressão analítica” (Ponte, 1990).

Além de Bernoulli e Euler, outros matemáticos como Fourier (1768-1830) e Dirichlet (1805-1859) também tiveram suas contribuições na formalização desse conceito. Esse último propôs a separação da definição de função de sua representação analítica, formalizando, então, em 1837, o conceito de função, em termos de correspondências arbitrárias entre conjuntos numéricos. Assim, “[...] uma função seria simplesmente uma correspondência entre duas variáveis, tal que a todo o valor da variável independente se associa um e um só valor da variável dependente” (Ponte, 1990, p. 4). Por fim, ainda segundo o referido autor, em meados do século XX, com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos, iniciada nos estudos de Cantor (1845-1918), a noção de função viria a se estender de modo que pudesse incluir todo tipo de correspondência arbitrárias relacionadas a quaisquer conjuntos, sendo esses numéricos ou não.

No contexto de formalização do conceito de função, a matemática e a física estiveram atreladas já que um de seus precursores, o matemático Isaac Newton, também, atuou como um grande físico, o que incentivou outros matemáticos como Bernoulli, Lagrange, Euler e Fourier a se interessarem por problemas dessa natureza também. Assim, “[...] as funções são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação. Uma dada grandeza pode variar no tempo, variar no espaço, variar segundo outras grandezas e mesmo variar simultaneamente em diversas dimensões” (Ponte, 1990, p. 5).

Para Ponte (1990), a noção de função está ligada à noção de lei natural, considerando três elementos importantes na constituição do conceito de função:

- (a) a notação algébrica, portadora de importantes factores como a simplicidade e o rigor, permitindo a manipulação de expressões analíticas condensando uma grande quantidade de informação;
- (b) a representação geométrica, proporcionando uma base intuitiva fundamental (de que é exemplo a associação das noções de tangente a uma curva e de derivada duma função);
- (c) a ligação com os problemas concretos do mundo físico, associada à ideia de regularidade, que forneceu a motivação e o impulso fundamental do estudo (Ponte, 1990, p. 5).

Esses elementos se tornaram ramificações com caminhos de evolução próprios, cujos estudos distanciaram-se entre si. Mesmo ocorrendo no âmbito científico, os distanciamentos levaram a evolução do conceito de função a passar por momentos de crise, mas que, no entanto, teve seu pano de fundo à procura da coerência e de sua generalidade, não deixando de se encontrar fortemente atrelada com a matemática, no que cabem estudos de questões significativas e interessantes ainda nos dias atuais (Ponte, 1990).

Função Exponencial

Uma grande expansão do conhecimento científico e tecnológico de diversas áreas do conhecimento, ocorridos já na idade moderna, teve sua contribuição no surgimento e estabelecimento de conceitos e teorias matemáticas. Dentre esses conceitos se destaca o conceito de função, em particular o de Função Exponencial. Para se chegar à definição que conhecemos hoje de Função Exponencial, vários processos envolvendo testes, formulações e ainda reformulações foram desenvolvidos por vários matemáticos importantes, como Newton, Leibniz, Dirichlet, Bernoulli, Lagrange, Euler e Fourier, alguns já citados nesse trabalho (Silva, 2015).

Pinheiro (2021, p. 15), ressalta que “[...] a história das Funções Exponenciais inicia pelos Babilônios, em função de terem uma primeira forma de registro em tabletas de argila”. As características desses registros apontam que os babilônios dispuseram de um sistema de base sexagesimal utilizada ainda hoje por nós nas unidades de tempo e medida dos ângulos, por exemplo. “Em muitas dessas tabelas pode-se ver a aparição de potências sucessivas de um dado número” (Silva, 2015, p. 20). Segundo o autor, nas tabelas exponenciais babilônicas era possível que existissem lacunas entre valores encontrados, sendo resolvidas por meio do método de interpolação linear. Mol (2013, p. 17) frisa que:

Algumas tabuletas apresentam sequências de potências de um número dado, parecendo ter a função de uma tabela de logaritmos. Visavam responder a perguntas do tipo “a que potência um número deve ser elevado para se obter um outro número dado?”. Questões deste tipo poderiam advir de problemas práticos, tais como cálculos envolvendo taxas de juros. A interpolação linear, técnica que os babilônios usavam com frequência, podia ser usada para estimar o logaritmo de um número que estivesse em posição intermediária na tabela.

Diante disso, Pinheiro (2021) argumenta que o que se sabe sobre o conceito de Função Exponencial é que esse está atrelado ao conceito de logaritmo, se tratando de sua representação inversa. Logo, visto por uma lógica cronológica, é entendido que a ideia de logaritmo antecede ao conceito de Função Exponencial. Assim, “[...] o conceito de Função Exponencial, que é dependente também do conceito de potência, está intimamente ligado, portanto, ao conceito de logaritmo” (Silva, 2015, p. 21).

Desse modo, é importante destacar que as potências e os logaritmos têm um papel importante no conceito de Função Exponencial. Os estudos sobre logaritmos tiveram relevância entre os séculos XVI e XVII por meio dos trabalhos de John Napier. Segundo Pinheiro (2021, p. 18-19), “[...] a ideia básica era substituir operações mais complicadas, como multiplicação e divisão, por operações mais simples, como adição e subtração”.

De acordo com Silva (2015), o logaritmo foi moldado pelas ideias de vários matemáticos

que queriam tomar parte em facilitar cálculos, porém foi Euler o primeiro a descobrir a relação inversa entre o logaritmo natural e a Função Exponencial ex . Segundo o autor, com relação ao que conhecemos hoje de função, podemos afirmar que toda função se trata de uma relação de dependência, em que um determinado valor “ y ” depende de outro valor “ x ” conhecidos por incógnita para acontecer. Logo, o conceito de Função Exponencial, também, apresenta essas características, no caso dessa função, suas características particulares indicam que toda Função Exponencial possui uma base real, e a incógnita “ x ” que se encontra como expoente dessa base, daí a denominação exponencial. De acordo com Iezzi, *et al.* (2016), chama-se Função Exponencial qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R}^* dada por uma lei da forma $f(x) = a^x$, em que a é um número real dado, com $a > 0$ e $a \neq 1$.

Nesta pesquisa, o tema Função Exponencial foi abordado por meio de uma atividade com caráter investigativo. Para isso, elaboramos questões que contemplassem as características de atividades dessa natureza, e realizamos uma análise, que será exposta na próxima seção. Antes, contudo, expomos a metodologia deste artigo na seção seguinte.

Percurso Metodológico

Este artigo traz um recorte de uma pesquisa de mestrado (Versão Cega, 2023) desenvolvida na abordagem qualitativa. Como afirma Bicudo (2013, p. 116), a pesquisa qualitativa “[...] engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões”. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa apresenta em seus discursos a essência e a complexidade do objeto em estudo.

Na elaboração da atividade da pesquisa realizada, consideramos, entre outros aspectos relevantes, a importância de formular questões intencionais, visando favorecer o papel ativo e autônomo do aluno, para que o conhecimento de Função Exponencial fosse construído, estabelecendo conexões com a covid-19, no que tange à evolução do coronavírus e a taxa de contágio no estado do Pará.

Nesse contexto, também consideramos a importância de realizar atividades investigativas envolvendo a utilização de tecnologias digitais, pois elas podem favorecer uma abordagem dinâmica para a investigação matemática. Além disso, as investigações matemáticas favorecem a compreensão de cada vertente matemática, “[...] o que contribui para o entendimento do todo e para a compreensão de conceitos e relações que ocorrem concomitantemente” (Faria; Maltempi, 2020, p. 12). Buscamos, ainda, explorar o raciocínio qualitativo, pois ele é responsável por abranger mais do que os valores em si, envolvendo, também, uma relação do que está presente na situação. Nesse sentido, “[...] ao raciocinar, conectamos argumentos, fazemos deduções e estabelecemos relações que nos conduzem a reflexões, análises e sínteses” (Faria; Maltempi, 2020, p. 12).

Também optamos por privilegiar situações relativas ao cotidiano, pois de acordo com Faria (2016) a transdisciplinaridade proporciona o desenvolvimento de uma visão de mundo que melhor se enquadra na perspectiva investigativa.

A elaboração da atividade investigativa contou com a colaboração do aluno de iniciação científica VERSÃO CEGA (bolsista PIBIC-CNPQ) do curso de licenciatura em matemática da VERSÃO CEGA, também sob orientação VERSÃO CEGA. Como resultado da referida pesquisa de Iniciação Científica, foi criado o GeoGebraBook “VERSÃO CEGA”, espaço em que foram disponibilizadas as atividades elaboradas. Para trabalhar essa atividade, realizamos a oficina “Relações da Função Exponencial e covid-19: atividades investigativas com GeoGebra”, com cinco alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal. Especificamente neste artigo, discutimos os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial. Para isso, analisamos as atividades elaboradas, buscando, assim, atingir o objetivo aqui proposto.

Análise de Dados: elaboração de atividades investigativas de função exponencial

Segundo Faria e Maltempi (2020), para elaborar atividades investigativas para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, é necessário: formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo; elaborar questões pautadas na estrutura multiplicativa; privilegiar situações relativas ao cotidiano com caráter transdisciplinar; propor uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática, utilizando tecnologias digitais em uma perspectiva intradisciplinar. Assim como esses autores que descrevem as características de atividades investigativas para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, apontamos os elementos necessários para elaboração de uma atividade de caráter investigativo para compreensão da função exponencial. Desse modo, destacamos trechos das questões (quadro 1) da atividade realizada durante a oficina, para auxiliar no entendimento das características elencadas sobre o desenvolvimento da função exponencial.

Quadro 1. Análise das atividades quanto às características investigativas

Característica	Trecho das atividades	Comentários
Formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo.	Você conseguiu perceber o comportamento do contágio da Covid-19, quando foi colocando os pontos no app? Justifique.	O enunciado proposto foi elaborado de forma intencional, tendo “[...] claro o que se quer alcançar com a atividade para pensar no exemplo a ser explorado, nos recursos necessários para o desenvolvimento da atividade, nos conteúdos matemáticos que se quer ensinar, dentre outros fatores [...]. Para isso, o enunciado deve instigar a capacidade de pensar, analisar e explorar relações”. (FARIA; MALTEMPI, 2020, p. 15). Assim, essa questão permite que os alunos realizem discussões e questionamentos sobre a relevância dos conhecimentos matemáticos para explicar problemas existentes no cotidiano, particularidades do raciocínio qualitativo.
Elaborar questões pautadas na estrutura multiplicativa.	Descreva uma lei de formação de uma Função Exponencial cujo gráfico melhor se aproxime dos pontos marcados. Essa função é crescente ou decrescente? O valor de a é maior que 1, ou está entre 0 e 1? Justifique.	Nessa questão, após terem explorado as características da Função Exponencial, os alunos foram incentivados a descrever uma função que melhor se aproximasse do problema a ser solucionado, especificando o comportamento do gráfico. Como se trata de valores discretos, a estrutura multiplicativa foi mobilizada. Desse modo, Faria e Maltempi (2020, p. 15) defendem a importância de pensar na estrutura multiplicativa mobilizando termos relativos, pois isso possibilita a distinção da estrutura aditiva e permite trabalhar de modo que os alunos sejam capazes de “julgar em quais ocasiões cada estrutura é adequada”.
Privilegiar situações relativas ao cotidiano; com caráter transdisciplinar.	De acordo com o que estudamos, você considera o estudo da Função Exponencial importante para entendermos o comportamento do vírus da covid-19?	A ideia de relacionar situações habituais com a matemática, viabiliza a transdisciplinaridade. Nesse sentido, Faria e Maltempi (2020, p. 11) explicam que transitar por meios não particulares às disciplinas escolares contribui “[...] para a formação epistemológica e para o desenvolvimento da capacidade de raciocinar [...] em situações relativas ao cotidiano”. Com esse intuito, a referida questão buscou contribuir para a compreensão do conhecimento de forma plural, não restrita à matemática escolar.
Propor uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática utilizando tecnologias digitais em uma perspectiva intradisciplinar.	Como você definiria uma Função Exponencial? Como você definiria o domínio e o conjunto imagem de uma Função Exponencial?	O trecho apresentado aqui, se refere a uma das questões que explora características da matemática. As conclusões a respeito do questionamento feito devem ser elaboradas com o auxílio das tecnologias digitais utilizadas na realização das atividades. De acordo com Faria e Maltempi (2020, p. 12) atividades elaboradas na perspectiva intradisciplinar, “[...] possibilitam uma visão abrangente dos conceitos explorados, dando a atenção necessária às particularidades das vertentes aritmética, geométrica e algébrica”. E, nesse caso, os questionamentos citados são realizados após terem sido construídos de forma investigativa. Assim, essas vertentes da matemática se fizeram presentes em cada função estudada. Mais especificamente, por meio da tabela de valores numéricos do aplicativo em que são exploradas as propriedades aritméticas das funções; a álgebra se fez presente na lei de formação de cada Função Exponencial dispondo de bases numéricas e expoentes que variavam. Em relação às propriedades geométricas, características e propriedades são exploradas a cada gráfico construído das funções apresentadas.

Fonte: Autoras (2023).

Assim como Faria e Matempi (2020) enfatizam a relevância do envolvimento dos alunos

com atividades investigativas para promover o desenvolvimento do raciocínio proporcional, consideramos esse envolvimento, igualmente, relevante nesse estudo sobre Função Exponencial. Concordamos com os autores que adotar a intradisciplinaridade, por meio das tecnologias digitais, foi uma alternativa para se ter uma visão mais ampla dos conceitos explorados, no que se refere às particularidades aritmética, geométrica e algébrica, assim como a necessidade de privilegiar situações abrangentes ao cotidiano, envolvendo, inclusive, caráter transdisciplinar.

De acordo com Ponte (2003, p. 10), “[...] uma investigação formulada em termos de questões da realidade dos alunos pode servir como ponto de partida, não só para o desenvolvimento de competências de investigação, mas também para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos”. Assim, é fundamental conduzir o aluno a entender que ele não está lidando com situações distantes do seu cotidiano, que o sentido da investigação matemática não se resume em encontrar soluções para problemas básicos da matemática, mas se estende ao propósito de estudar problemas pertinentes ao meio social. É necessário estabelecer uma relação de afinidade com o problema em questão, possibilitando que o primeiro passo para começar uma investigação surja de um exemplo rotineiro. Para Meneghetti e Redling (2012, p. 198):

Aprender matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são fundamentalmente formadoras, à medida que familiarizam o aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar, entre outras ações necessárias à sua formação.

Trazer os problemas matemáticos para a realidade do aluno pode ser visto como uma maneira de tornar mais fácil a compreensão do problema e, também, de dar significado à matemática. Corroborando essa ideia, Moguel, Sánchez e Moguel (2016) argumentam que um problema contextualizado possui características que permitem ao aluno arquitetar seus conhecimentos diante de situações que abrangem aspectos sociais, culturais, científicos, entre outros, que despertem seu interesse; promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático com o intuito de construir uma aprendizagem significativa, que proporcione sentido e significado à aprendizagem matemática. Foi nessa perspectiva que elaboramos as atividades realizadas no âmbito da pesquisa desenvolvida.

De modo mais específico, analisamos a seguir cada questão proposta na oficina relações da função exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra, identificando traços característicos de atividades com caráter investigativo, conforme abordamos no quadro 1. Na atividade elaborada, a primeira questão (quadro 2) consistiu em estudar o comportamento de uma função cuja a base é definida da forma $a > 0$ e $a \neq 1$ e x um número real.

Quadro 2. Roteiro da questão “Estudando $f(x)=2^x$ ”

1. Estudando $f(x)=2^x$
 - a) Abra o aplicativo do GeoGebra no smartphone.
 - b) Em seguida, na caixa de entrada, digite 2^x . O que é projetado?
 - c) Dando continuidade, clique nos três pontinhos que aparecem na frente da função criada. Depois clique em “tabela de valores”. Em seguida, altere o valor inicial de x para -6 , o valor final de x para 6 e o passo para 1 .
Observe o gráfico gerado e responda:
 - d) Como você descreveria o comportamento do gráfico?
 - e) Agora clique em cada ponto em destaque no gráfico e observe as coordenadas (se achar necessário, aproxime do ponto com zoom para melhor observar).
 - f) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “ y ”?
 - g) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “ x ”?

Fonte: Autoras (2023).

Para que fosse feita a investigação da função exponencial, foi proposta a realização das questões com o aplicativo GeoGebra no celular. O aplicativo permitiu que, ao inserir a função,

imediatamente, o gráfico fosse projetado e, ainda, por meio de comandos, ser possível criar uma tabela de valores para x e $f(x)$. Buscamos incentivar que, por meio da observação e das funcionalidades do aplicativo os alunos pudessem compreender o comportamento do gráfico (item d) e, mais adiante, interpretar o que significava o gráfico da função interceptar os eixos x e y , conforme solicitado nos itens f e g, identificando aspectos aritméticos, algébricos e geométricos de forma simultânea.

Essa forma de investigar vai ao encontro do que Faria e Maltempi (2020, p. 15) argumentam ao afirmarem que “[...] é indispensável ter claro o que se quer alcançar com a atividade para pensar no exemplo a ser explorado, nos recursos necessários para desenvolvimento da atividade, nos conteúdos matemáticos que se quer ensinar”. Desse modo, compreendemos que para alcançar o objetivo da questão, em discussão, e, ainda, se ter uma visão abrangente das vertentes matemáticas mediadas pelas tecnologias digitais, no problema proposto “[...] o enunciado deve instigar a capacidade de pensar, analisar e explorar relações” (Faria; Maltempi, 2020, p. 15). Ademais, ao buscar conexões das vertentes matemáticas, foi necessário que conhecimentos intradisciplinares fossem mobilizados. De acordo com Lorenzato (2006), a intradisciplinaridade contribui para a compreensão da matemática escolar, por facilitar a identificação de propriedades e a construção dos conceitos. De modo análogo ao que foi proposto na primeira, na segunda questão os alunos deveriam analisar uma Função Exponencial, em que a base a possui valor menor do que zero (quadro 3).

Quadro 3. Roteiro da questão “Estudando”

- 2) Estudando $f(x) = (1/2)^x$
- a) Sem apagar o gráfico anterior, novamente em “Entrada” digite $(1/2)^x$. O que é projetado?
 - b) Dando continuidade, clique nos três pontinhos que aparecem na frente da função criada. Depois clique em “tabela de valores”. Observe o gráfico gerado e responda:
 - c) Como você descreveria o comportamento do gráfico?
 - d) Agora clique em cada ponto em destaque no gráfico e observe as coordenadas (se achar necessário, aproxime do ponto com zoom para melhor observar).
 - e) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “y”?
 - f) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “x”?
 - g) Você consegue observar alguma relação, semelhanças e diferenças entre os dois gráficos? Justifique.

Fonte: Autoras (2023).

Nessa segunda questão, com o intuito de investigar uma função decrescente, também, foram exploradas as potencialidades das tecnologias digitais para investigar o comportamento da função, além de identificar as semelhanças e diferenças entre as características dessa questão, se comparada a anterior. De acordo com Faria e Maltempi (2018, p. 366), uma observação feita da perspectiva intradisciplinar com o GeoGebra “[...] oportuniza a exploração de múltiplas representações que exaltam particularidades das vertentes da Matemática”. É nesse sentido que trouxemos para a atividade, a relevância da observação, no sentido de que os alunos pudessem explorar as vantagens do aplicativo comparando as duas funções apresentadas e apontando as características de cada uma. Desse modo, acreditamos que seria possível compreender os fatores que determinam o comportamento das duas funções.

Na questão seguinte, embora já tivesse sido explorado o comportamento da Função Exponencial, foi evidenciado que a lei de formação algébrica de cada função determina o comportamento geométrico dos seus gráficos, o que permite uma interpretação aritmética dos valores assumidos em uma perspectiva intradisciplinar (quadro 4).

Quadro 4. Roteiro da questão “Investigando Funções Exponenciais”

<p>3) Investigando Funções Exponenciais No app do GeoGebra, represente os gráficos das funções a seguir em um mesmo arquivo. $f(x) = 7^x$ $f(x) = (1.5)^x$ $f(x) = (0.4)^x$ $f(x) = (0.6)^x$ Observando a lei de formação e o gráfico de cada função que criamos no app, responda: a) Como você analisa o comportamento de cada gráfico? b) Quais funções são crescentes? O que elas têm em comum? c) Quais funções são decrescentes? O que elas têm em comum?</p>

Fonte: Autoras (2023).

Faria e Maltempi (2020) argumentam que o enunciado é parte importante do processo de construção de uma atividade investigativa. Na questão analisada, propusemos uma investigação mais precisa das funções propostas, buscando fazer com que os alunos, percebessem a estrutura de cada função e, conseqüentemente, o gráfico correspondente a cada uma, no intuito de que percebessem as relações entre elas, e que refutassem ideias que não pudessem ser, matematicamente, sustentadas. Essa conclusão foi otimizada pelo aplicativo usado nesse estudo, que proporcionou uma visão abrangente das vertentes matemáticas de modo integrado.

Na questão 4 (quadro 5) foi proposto um estudo do domínio e da imagem da Função Exponencial, por meio da investigação das características referentes a x e a $f(x)$.

Quadro 5. Roteiro da questão “Estudando domínio e imagem da Função Exponencial”

<p>4. Estudando domínio e imagem da Função Exponencial a) No app do GeoGebra represente o gráfico de $f(x) = 3^x$. Qual é o domínio dessa Função Exponencial? Qual é a imagem dessa Função Exponencial? b) No app do GeoGebra represente o gráfico de $f(x) = (0.8)^x$. Qual é o domínio dessa Função Exponencial? Qual é a imagem dessa Função Exponencial? c) Sem apagar essas funções no app, represente o gráfico de $f(x) = 1^x$ e observe o que foi projetado. Se trata de uma Função Exponencial? Qual a explicação para isso? d) Como você definiria uma Função Exponencial? e) Como você definiria o domínio e o conjunto imagem de uma Função Exponencial?</p>	<p>O domínio (D) de uma função são todos os valores que podem ser atribuídos a x na função. Já a imagem de uma função (Im(f)), é o conjunto de todos os valores obtidos de $f(x)$.</p>
--	--

Fonte: Autoras (2023).

A partir da identificação do domínio e da imagem de três funções exponenciais nos itens a, b e c, foi feito, então, a formalização do conteúdo nos itens d e e, ao solicitar a definição de Função Exponencial, bem como de seu domínio e o conjunto imagem. Assim como em Faria e Maltempi (2018) pudemos notar que “[...] desde o início da atividade, o uso do GeoGebra favorece a abordagem matemática intradisciplinar”. O aplicativo possibilitou uma visão abrangente e integrada das vertentes matemáticas, ou seja, na tabela de valores disponibilizada no aplicativo foi possível perceber a aritmética representada pelos valores numéricos associados às variáveis x e y . Em decorrência, também, foi possível visualizar, geometricamente, o gráfico das funções na mesma janela de visualização do aplicativo, acompanhadas da lei de formação que é a expressão algébrica das funções, possibilitando “[...] uma visão abrangente dos conceitos explorados, dando a atenção necessária às particularidades das vertentes aritmética, geométrica e algébrica” (Faria; Maltempi, 2020, p. 12).

Por fim, na questão 5 (quadro 6), o objetivo consistiu em relacionar a Função Exponencial à evolução de contágio da Covid-19.

Quadro 6. Roteiro da questão compreendendo a evolução do coronavírus no Pará

5. Compreendendo a evolução do coronavírus no Pará

Em 2020, a população mundial foi surpreendida pela pandemia de Covid-19, que infectou milhares de pessoas em todas as partes do mundo. Para entender a evolução da doença, a Função Exponencial tem sido relevante. Segundo o site de notícias G1-Pará, por meio de informações da Secretaria de Saúde do Pará (SESPA), informou que “A primeira confirmação de coronavírus no Pará ocorreu no dia 18 de março. O paciente é um homem de 37 anos, que contraiu o vírus durante uma viagem ao Rio de Janeiro. Após sentir sintomas da doença ele procurou o hospital e, em seguida, seguiu com o tratamento em isolamento domiciliar.” Na mesma notícia, foi destacado que “Apenas uma semana após a primeira confirmação, o estado já registrava 9 casos da doença. A partir de então, as notificações aceleraram, passando para 41 registros sete dias depois”. Como podemos ver no gráfico abaixo:



Fonte: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2020/04/01/veja-a-evolucao-do-coronavirus-no-para-a-relacao-de-casos-por-municipio.ghtml>. Último acesso: 17/09/2021

Podemos perceber que o gráfico apresenta uma escala própria para valores da abscissa (eixo x) e ordenada (eixo y). Repare que o eixo x, que representa as datas dos primeiros 15 dias de manifestação da doença, está de 1 em 1 unidade. Já o eixo y, que representa o número de casos de covid-19, é apresentado de 10 em 10 unidades. Para que possamos observar melhor o comportamento da curva, vamos fazer este gráfico no app GeoGebra, em unidades do tipo 1 em 1 no eixo x e no eixo y.

Atenção: Para organizar melhor o gráfico, representaremos as datas por ordem de manifestação da doença, sendo o dia 18/03 representado pelo número 1, já que foi o dia do primeiro caso confirmado, e o dia 01/04 representado pelo número 15, já que foi o 15º dia apontado na reportagem.

a) Represente os quinze pontos no app, sendo a coordenada (x,y) de cada ponto representada pelo dia da manifestação no valor de x, e número de casos no valor de y.

Exemplos: Primeiro ponto (1,1) e décimo quinto ponto (15, 41).

b) Você conseguiu perceber o comportamento do contágio da Covid-19, quando foi colocando os pontos no app? Justifique.

c) Os pontos, na ordem que foram marcados, representam crescimento ou decrescimento?

d) Qual tipo de função (afim, quadrática, exponencial, ...) melhor representa os pontos marcados? Justifique.

e) Insira algumas funções do tipo $f(x) = a^x$ no app: com $0 < a < 1$; com $a > 1$. Qual gráfico ficou mais próximo dos pontos?

f) Você conseguiu identificar algum padrão dentre as funções que mais se aproximaram dos pontos? Justifique.

g) Descreva uma lei de formação de uma Função Exponencial cujo gráfico melhor se aproxime dos pontos marcados. Essa função é crescente ou decrescente? O valor de a é maior que 1, ou está entre 0 e 1? Justifique.

h) De acordo com o que estudamos, você considera o estudo da Função Exponencial importante para entendermos o comportamento do vírus da covid-19?

Fonte: Autoras (2023).

Com essa questão investigativa foi possível perceber um conjunto das características descritas por Faria e Maltempi (2020), já que essa questão apresentou uma situação real que explorou o raciocínio dos alunos, com uma análise qualitativa das informações expostas. Para que os alunos percebessem, mais explicitamente o objetivo da questão, exploramos os primeiros casos de covid-19, no Estado do Pará. Utilizamos a representação gráfica do comportamento da doença publicada em uma reportagem do canal jornalístico g1. Analisando informações apresentadas na reportagem, a questão objetivou que os alunos fossem capazes de ter uma compreensão crítica sobre a evolução da doença no Pará no período inicial.

Para isso, abordamos a primeira notícia de caso de Covid-19 no Estado do Pará, e logo os primeiros casos confirmados no Estado, no período de quinze dias. Foi explicado que o gráfico apresentava escalas diferentes para os eixos x e y. No eixo x foram representados os primeiros 15 dias de manifestação da doença, de 1 em 1 unidade. Já o eixo y, que representa o número de casos de covid-19, foi apresentado de 10 em 10 unidades.

Assim, no item a, foi pedido que os alunos refizessem o gráfico no GeoGebra, de modo a observar com mais precisão a disposição dos pontos. Para isso, foi proposto que essa reorganização fosse feita em escala de 1 em 1 unidade, respeitando as informações do gráfico original. Feito isso, no item b, foi questionado se seria possível perceber o comportamento do contágio, quando foram

colocados os pontos no app. Nesse sentido, destacamos que ao formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo, abre-se a possibilidade para que o problema seja mais bem explorado, pois ao analisar a maneira como os pontos ficam agrupados, foi possível perceber que quando o número de casos aumenta, os pontos tendiam a subir para valores positivos das coordenadas (x,y).

Prosseguindo com as observações, no item c foi questionado se os pontos na ordem que foram marcados representavam crescimento ou decréscimo. Assim como em Faria e Maltempi (2020), esse questionamento requer atenção às observações já feitas. Logo, era esperado que os alunos percebessem que, intuitivamente, o gráfico era crescente, pois os pontos descrevem um comportamento de uma Função Exponencial que cresce para a direita, de acordo com o aumento do número de casos. Para dar sentido ao que está sendo explorado, no item d foi solicitado que se identificasse qual a função que melhor representava os pontos marcados na ordem em que foram indicados. Nessa parte, era esperado que os alunos ficassem atentos para a forma como os pontos se comportavam, pois, até o momento, o GeoGebra mostrava, apenas, os pontos na ordem em que foram inseridos, não apresentando uma lei de formação de uma função específica. Por isso, era esperada uma resposta intuitiva. Com essas informações já foi possível identificar que as variáveis x e y , possuíam uma relação algébrica, e determinar uma lei de formação que se aproximava da descrição da forma como o gráfico se comportava.

No item e, foi pedido que se buscassem uma função do tipo $f(x)=a^x$, que melhor se aproximasse dos pontos marcados. Para isso, testes deveriam ser realizados no GeoGebra. A proposta foi que fossem inseridas funções que obedecessem às restrições colocadas no item e, estando atento ao comportamento dos pontos, percebendo que se tratava de uma função crescente. Nessa questão, o uso das tecnologias digitais foi indispensável, afinal, com uma única construção foi possível fazer diversos testes, de modo que várias leis de formação de funções exponenciais fossem testadas, exploradas, aprovadas ou refutadas, explorando as propriedades de visualização do aplicativo, notando as relações aritméticas, algébricas e geométricas das funções exponenciais.

No item f foi questionado se seria possível identificar algum padrão entre as funções que mais se aproximaram dos pontos. O intuito foi de que fosse observado que as funções inseridas seguiam um padrão para o valor da base. Como a base de uma Função Exponencial requer valores positivos com $0 < a < 1$ ou $a > 1$, foi necessário ficar atento a isso, e observar que os gráficos que correspondiam a uma função crescente, possuíam base a maior que 1. Mais uma vez, ressaltamos o protagonismo das tecnologias digitais e frisamos que com as potencialidades do GeoGebra foi possível investigar inúmeros valores para a base e concluir que, no caso da lei de formação da função procurada, correspondeu a valores em que a foi maior que 1, mais especificamente, $1 < a < 2$.

Já a proposta do item g, consistiu em descrever uma lei de formação para a função encontrada, explorando o comportamento do gráfico e a base a da Função Exponencial investigada. Para isso, foi necessário identificar se era uma função crescente ou decrescente. Essa questão levou a se pensar na estrutura multiplicativa do problema, afinal, para que fosse possível reconhecer qual forma algébrica correspondia ao problema solicitado, respeitando suas características, valores discretos foram atribuídos, e a estrutura multiplicativa foi mobilizada.

Por fim, o item h propôs que se fizessem uma reflexão quanto ao que foi estudado na atividade. Nesse viés, inferimos a relevância de relacionar a matemática com problemas que permeiam situações presentes no cotidiano, buscando que o aluno transitasse por outros territórios, o que configura uma perspectiva transdisciplinar.

Diante disso, buscamos envolver os alunos em situações investigativas presentes no cotidiano, com o intuito de estimular o raciocínio qualitativo. Destacamos que em atividades de natureza investigativa o professor tem um papel fundamental. É preciso se envolver, conhecer os alunos, incentivar, questionar e dialogar. Como afirma Ponte (2005, p. 112):

É necessário interpretar o outro, conhecer o seu modo de pensar e sentir, mas é igualmente necessário estudar formas de trabalho conjunto que levem a novos horizontes. Em Educação, o investigador não é apenas um espectador do que se passa no terreno da prática educativa, mas também

um actor, ao lado de outros actores, na transformação desse terreno e dos próprios participantes. Para isso, torna-se necessária uma relação de outro tipo, baseada no diálogo e na colaboração.

Desse modo, ao propor uma atividade consideramos ser necessário refletir acerca do contexto da realidade apresentada. Nessa perspectiva, o uso de tecnologias digitais, se tornou uma alternativa, pois o aplicativo GeoGebra proporcionou uma visão abrangente dos conceitos estudados, “[...] evidenciando características específicas de cada vertente matemática, o que contribui para o entendimento do todo e para a compreensão de conceitos e relações que ocorrem concomitantemente” (Faria; Maltempi, 2020, p. 12).

Considerações finais

Nesse artigo abordamos sobre os elementos necessários à elaboração de atividades investigativas de matemática, discutindo as características das questões elaboradas no âmbito da dissertação de mestrado ao qual esse artigo foi parte integradora. Tais atividades estão disponibilizadas na íntegra na dissertação, e também no GeoGebra Book “Atividades Investigativas e Função Exponencial” apresentadas na Oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra”, que compôs a produção de dados da pesquisa.

A análise realizada nos permitiu inferir que a abordagem investigativa em atividades matemáticas de Função Exponencial oportuniza a exploração de elementos, propriedades e características do conteúdo matemático explorado que torna a aprendizagem significativa, estimulando uma variedade de conexões e construção de novos conhecimentos.

Ressaltamos a relevância de trabalhar com atividades dessa natureza, dando destaque às situações que vão além dos muros da escola, em uma perspectiva transdisciplinar. Além disso, entendemos que adotar a perspectiva transdisciplinar, também, abre possibilidades para compreender a matemática de modo intradisciplinar e, ao mesmo tempo, relacionando a disciplina escolar com situações do cotidiano.

Também recomendamos que sejam propostas atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo do aluno. É necessário ter claro o que se pretende alcançar com a questão. Para isso, o enunciado de cada item é relevante, pois deve possibilitar um direcionamento da proposta apresentada que estimule pensar, explorar e analisar relações pertinentes aos conteúdos matemáticos envolvidos na questão.

Consideramos, igualmente, importante elaborar questões que envolvam conceitos e representações simbólicas variadas, relativas à Função Exponencial. Para isso, optamos por mobilizar a estrutura multiplicativa no caso discreto investigado. Essa abordagem contribuiu para que o raciocínio qualitativo pudesse ser mais bem explorado, abrindo possibilidades para que o aluno analisasse o problema e julgasse a ocasião correta para se usar os termos relativos.

Por fim, buscamos integrar nesse estudo a utilização de tecnologias digitais, tendo o GeoGebra como mediador. A análise realizada nos permitiu afirmar que o aplicativo oportunizou a exploração de várias representações que destacam as particularidades das vertentes matemáticas de forma simultânea, percebendo a relação existente entre as vertentes aritmética, algébrica e geométricas, ressaltando a relevância da intradisciplinaridade matemática. Além disso, a exploração com tecnologias digitais possibilita que o aluno explore, construa e visualize formatos e possibilidades de aprendizagem diversificados.

Da análise realizada, concluímos que os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial são: intencionalidade na elaboração dos enunciados das questões, com vistas a proporcionar uma visão abrangente da função estudada; elaborar questões que envolvam conceitos e representações simbólicas variadas, relativas à Função Exponencial; adotar uma perspectiva transdisciplinar que vá além das disciplinas escolares, que explore uma situação real, oriunda das vivências dos alunos; integrar as ramificações da matemática em uma perspectiva intradisciplinar; propor o uso didático das tecnologias digitais, com a finalidade de abordar as diferentes propriedades da Função Exponencial, por meio dos diversos recursos e janelas, dinamicamente, conectados oferecidos pelo aplicativo GeoGebra.

Referências

- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In*: BORBA, Marcelo Carvalho.; ARAÚJO, Jussara Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 111-124.
- BRAUMANN, Carlos. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. *In*: PONTE, João Pedro da; COSTA, Conceição; ROSENDO, Ana Izabel; MAIA, Ema; FIEGUEIREDO, Nisa; DIONÍSIO, Ana Filipa. **As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5 – 24.
- COSTA, Dielle Cruz. **Potencialidades do uso do celular na matemática escolar: atividades investigativas de função exponencial**. 2023. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2023.
- FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho. **Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra**. 2016. 280 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2016.
- FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho; MALTEMPI, Marcus Vinicius. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 58, p. 1-18, 2020.
- FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho; MALTEMPI, Marcus Vinicius. Intradisciplinaridade Matemática com GeoGebra na Matemática Escolar. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 348-367, dez. 2018.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze. **Matemática: ciência e aplicações - Ensino Médio**, São Paulo, Saraiva, v. 1 / – 9. ed, 2016. 444 p.
- LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006. 144 p.
- MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; REDLING, Julyette Priscila. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n.42, p. 193-229, abr. 2012.
- MOGUEL, Zuleyma Sarahí Pérez; SÁNCHEZ, Isabel Tuyub; MOGUEL, Landy Sosa. Una caracterización de problemas contextualizados que impacten en el desarrollo de pensamiento matemático. **Investigación e Innovación en Matemática Educativa**, v. 1, n. 1, p. 317-324, 2016.
- MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: UFMG, 2013. 844 p.
- PINHEIRO, Ana Maria. **Abordagem das funções exponenciais e logarítmica no Ensino Médio e superior**. 2021. 72f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Ceará, Fortaleza, 2021.
- PONTE, João Pedro da. O interacionismo simbólico e a pesquisa sobre nossa própria prática. **Revista Pesquisa Qualitativa**, v. 1, n.1, p. 107–134, 2005.
- PONTE, João Pedro da. Investigar, ensinar e aprender. *In*: **PROFMAT**, 2003, Lisboa, Portugal, **ACTAS...** Lisboa: APM, 2003, p.25-39.1 CD-ROM.
- PONTE, João Pedro da. O conceito de função no currículo de matemática. **Revista Educação e Matemática**, v.1, n. 15, p. 3-9, 1990.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RAGONI, Victor Ferreira; CHIARI, Aparecida Santana de Souza. Smartphone e a produção do conceito de integral: visualização, mobilidade e GeoGebra. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 21, p. 259-276, 2021.

SERRAZINA, Lurdes; VALE, Isabel; FONSECA, Helena; PIMENTEL, Teresa. O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. *In*: PONTE, João Pedro da. (Org.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 41-58.

SILVA, Adriano Costa. **Atividades investigativas de matemática com o celular: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial**. 2022. 66f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2022.

SILVA, Ricardo José Aguiar. **Contexto e aplicações das funções exponenciais no Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar**. 2015. 88f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, 2015.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, p. 1-24. 2000.

Recebido em 25 de janeiro de 2024.
Aceito em 21 de março de 2024.