

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES IN TEACHING MATHEMATICS IN FUNDAMENTAL TEACHING

Wander Alberto José 1
Idemar Vizolli 2

Resumo: Este trabalho tem como objetivo conhecer os Obstáculos Epistemológicos no Ensino de Matemática no Ensino Fundamental presentes em produções acadêmicas disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), no período de 2005-2019. Foram encontradas 14 produções, destas, 02 (duas) teses e 06 (seis) dissertações foram analisadas. Verificou-se que os autores utilizaram como base teórica os estudos de Gaston Bachelard e Guy Brousseau. Esta é uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa, cujos resultados indicam a presença de obstáculos epistemológicos, experiência primeira, obstáculos verbais, também, foram verificados obstáculos didáticos. Existem fortes indícios de desconhecimento dos obstáculos epistemológicos por uma parcela considerável dos docentes, tal situação pode agravar as dificuldades no ensino da Matemática nas nossas escolas.

Palavras-chave: Obstáculos Epistemológicos. Ensino. Matemática.

Abstract: This work aims to know the Epistemological Obstacles in the Teaching of Mathematics in Fundamental Education present in academic productions available in the Catalogue of Theses and Dissertations of the Coordination of Improvement of Higher Level Personnel (Capes), in the period 2005-2019. 14 productions were found, of these, 02 (two) theses and 06 (six) dissertations were analyzed. The authors were found to have used the studies of Gaston Bachelard and Guy Brousseau as a theoretical basis. This is a bibliographic research, of qualitative approach, whose results indicate the presence of epistemological obstacles, first experience, verbal obstacles, also, were verified didactic obstacles. There are strong indications of ignorance of epistemological obstacles by a considerable proportion of teachers, such a situation can aggravate the difficulties in teaching mathematics in our schools.

Keywords: Epistemological Obstacles. Teaching. Mathematics.

Mestrando em Educação pela Universidade Federal do Tocantins (UFT). Professor da Educação Básica da Rede Estadual do Tocantins - SEDUC-TO. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0736903926917446>. E-mail: wanderjose@uft.edu.br 1

Doutor em Educação pela UFPR. Professor nos Programas de Mestrado e Doutorado em Educação na Universidade Federal do Tocantins (UFT) e no Doutorado da Rede Amazônica de Educação em Matemática Ciências e (REAMEC). Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2358634787077252>. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7341-7099>. E-mail: idemar@uft.edu.br 2

Introdução

O ensino de Matemática busca rever alguns aspectos e conceitos próprios, uma vertente que tem ganhado destaque é a discussão sobre a epistemologia do saber matemático.

No que se refere à apreensão conceitual e ao domínio cognitivo dos conteúdos trabalhados em sala de aula, há uma grande insatisfação por parte dos professores, assim como é constante a reclamação por parte dos alunos em relação à utilidade do que se estuda na escola, principalmente em relação à matemática (VIZOLLI, 2001, p. 6).

Gaston Bachelard (1884 - 1962), filósofo, epistemólogo, professor de química e física, em suas pesquisas, verificou que alguns erros apresentam certa regularidade, atingindo muitos estudantes, chegando ao ponto de serem identificados como erros coletivos. Ao pesquisar o assunto, fez um estudo da evolução da ciência e, logo, percebeu que essa evolução não é livre de falhas e, sim, cheia de rupturas, de desafios. Observou em muitas situações a omissão dos erros, ficando a falsa ideia de linearidade do conhecimento. Assim, identificou alguns obstáculos que dificultam a aquisição de novos conhecimentos, e, em sua obra, *A Formação do Espírito Científico*, enunciou os obstáculos epistemológicos.

A partir da sua obra, outros teóricos deram continuidade pesquisando os obstáculos epistemológicos, alguns mais voltados a áreas/disciplinas específicas.

Ao valorizarmos a dimensão epistemológica, é nossa intenção destacar alguns aspectos que precisam estar presentes, quer na formação dos professores, quer na sua prática docente, visto que é esta dimensão que dá a conhecer aos professores a ciência que eles ensinam, influenciando toda sua prática (TRINDADE, 1996, p. 11).

Muitos docentes não tiveram, em sua formação acadêmica, uma base teórica e prática para saberem lidar com os erros dos estudantes, geralmente os repreendem e informam a maneira correta,

Ao contrário da pedagogia tradicional que durante muito tempo e, ainda hoje, concebe o erro como um acidente de percurso, uma imperícia, um defeito, a ignorância de um saber, Bachelard defende, insistentemente, talvez como ninguém, que o erro tem uma função positiva na gênese do conhecimento, que o erro não é uma simples privação ou carência, mas que ele tem a estrutura e a vitalidade do instinto (TRINDADE, 1996, p. 77).

O docente tem que estar apto a perceber, nos erros dos estudantes, as informações implícitas que irão favorecer a escolha da melhor forma de agir. Trata-se de haver um genuíno interesse pedagógico no erro cometido que, geralmente, perpassa uma mudança de postura do professor.

Esse panorama nos conduziu a estabelecer como objetivo de pesquisa, conhecer os Obstáculos Epistemológicos no Ensino de Matemática no Ensino Fundamental presentes em produções acadêmicas disponíveis no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), no período de 2005-2019.

Na introdução deste artigo, apresentamos um panorama da temática a ser investigada e estabelecemos o objetivo de estudo. A seguir tratamos da metodologia adotada para o desenvolvimento da pesquisa, os elementos teóricos que sustentarão os achados nas dissertações e

teses. Na continuidade, analisamos o conteúdo das produções a fim de responder ao objetivo da pesquisa, o que acontece nas considerações.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa com escopo no estado do conhecimento, em que se consultou no repositório do Catálogo de Teses e Dissertações da Capes.

De acordo com Vizolli e Sá (2020), as pesquisas qualitativas preocupam-se em compreender pormenorizadamente os fenômenos em estudo. Nesse sentido,

um fenômeno pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte, devendo ser analisado numa perspectiva integrada. [...], enquanto exercício de pesquisa, não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levemos investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques (GODOY, 1995, p. 21).

Uma vez que nos desafiamos a realizar um estudo nas teses e dissertações, cujo objeto de pesquisa tratam dos obstáculos epistemológicos no ensino de Matemática, entendemos como Morosini (2015) que se trata de um estudo do estado do conhecimento.

Estado do conhecimento é identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica (MOROSINI, 2015, p. 102).

Nesse sentido, fizemos levantamento das publicações disponíveis na Plataforma Sucupira (<https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>), mais precisamente no repositório do Catálogo de Teses e Dissertações da Capes (<http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>), a partir do conjunto de palavras e caracteres “Obstáculos Epistemológicos” + “Matemática”. Foram encontradas 82 (oitenta e duas) produções, vinculadas às áreas de conhecimento (Ensino de Ciências e Matemática, Educação, Ensino) e de concentração (Ensino de Ciências e Matemática, Educação Científica e Tecnológica, Educação Matemática).

A verificação das teses e dissertações encontradas deu-se em duas etapas, na primeira, verificou-se as produções que discutiam Matemática, a partir da leitura dos títulos das produções, foram selecionadas 40 (quarenta) produções, sendo 8 (oito) teses e 32 (trinta e duas) dissertações, as demais produções 42 (quarenta e duas) estavam relacionadas a outros campos do conhecimento, principalmente em relação à Física, Química ou Biologia.

Na segunda etapa, procedemos a leitura dos títulos das produções e dos resumos, em que foram encontradas 14 produções. Destas foram elencadas 02 (duas) teses e 06 (seis) dissertações que foram analisadas.

Obstáculos epistemológicos

O século XX foi marcado por muitas transformações nas Ciências, a teoria da relatividade, a mecânica quântica, uma época em evolução, nesse cenário Gaston Bachelard, um dos pensadores modernos, preocupado com a teoria do conhecimento, buscou estabelecer uma epistemologia da ciência.

Na epistemologia de Bachelard, o conhecimento dá-se como um ato de negação, o conhecimento estabelecido opõe-se a outros conhecimentos, obstaculizando-os.

Quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que *é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento deve ser colocado*. E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 2005, p.17, grifo do autor).

Os obstáculos epistemológicos são intrínsecos à construção do conhecimento científico. Em seus estudos, Bachelard identifica: a primeira experiência, o conhecimento geral, obstáculo verbal, conhecimento unitário e pragmático, obstáculo substancialista, obstáculo realista, obstáculo animista, o mito da digestão, libido e conhecimento objetivo e os obstáculos do conhecimento quantitativo. Destes obstáculos, alguns apresentam maior relevância nos dias atuais, outros encontram-se praticamente superados devido ao avanço das ciências. O impacto de um obstáculo epistemológico na construção do conhecimento está associado ao espírito científico de uma determinada época, desenvolvimento científico e epistemologia vigente.

“A experiência primeira ou, para ser mais exato, a observação primeira é sempre um obstáculo inicial para a cultura científica. De fato, essa observação primeira se apresenta repleta de imagens; é pitoresca, concreta, natural, fácil” (BACHELARD, 2005, p.25). Esse obstáculo tem relação com o conhecimento empírico, ou seja, do cotidiano, das experiências e explicações do senso comum, de como as pessoas entendem os fenômenos.

Para Bachelard (2005), o conhecimento científico é construído em oposição ao conhecimento prévio. Mesmo não existindo hierarquia entre os obstáculos epistemológicos, a experiência primeira é considerada um dos principais. Exemplo: o geocentrismo, por séculos, as pessoas olhavam para o céu e viam os astros e estrelas, girando ao redor da Terra, considerada o centro do universo, com o avanço da ciência, provou-se que não era verdade.

“[...] o obstáculo verbal, isto é, a falsa explicação obtida com a ajuda de uma palavra explicativa, nessa estranha inversão que pretende desenvolver o pensamento ao analisar um conceito, em vez de inserir um conceito particular numa síntese racional” (BACHELARD, 2005, p.27). Muitas vezes, acontece devido ao uso de analogias, metáforas, imagens, dentre outros. Esse obstáculo é difícil de ser superado. Como exemplo, quando as pessoas se acostumam desde cedo a utilizarem a palavra peso, quando, no entanto, referem-se à massa, e isso é um obstáculo, pois são grandezas distintas que vão dificultar a compreensão de conceitos em Física.

O obstáculo animista surge pelo uso inadequado de exemplos, metáforas em que são atribuídos aspectos próprios de seres vivos a objetos não vivos, especialmente características humanas. “*Vida é uma palavra mágica. É uma palavra valorizada. Qualquer outro princípio esmaece quando se pode invocar um princípio vital*” (BACHELARD, 2005, p.191, grifo do autor).

Figura 1. Exemplo: representação de ligação iônica



Fonte: Google Imagens

O obstáculo substancialista decorre do uso de imagens ou atribuição de qualidades para explicar um dado fenômeno, ou quando buscamos tornar mais simples e fácil apresentar um fenômeno, gerando falsas explicações para satisfazer mentes preguiçosas.

A substancialização de uma qualidade imediata percebida numa intuição direta pode entravar os futuros progressos do pensamento científico tanto quanto a afirmação de uma qualidade oculta ou íntima, pois tal substancialização permite uma explicação breve e peremptória. [...] O espírito científico não pode satisfazer-se apenas com ligar os elementos descritivos de um fenômeno à respectiva substância, sem nenhum esforço de hierarquia, sem determinação precisa e detalhada das relações com outros objetos (BACHELARD, 2005, p.127).

Como exemplos podemos destacar o modelo atômico de Thomson conhecido como “pudim de passas”, composto por uma massa positiva cheia de elétrons de carga negativa; e utilizar o ouro como cor. Em ambos os casos temos a atribuição de adjetivos inadequados ao objeto.

Obstáculos Epistemológicos em Matemática

Bachelard acreditava que na matemática não havia obstáculos, “com efeito, a história da matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Mas não conhece períodos de erro. Logo, nenhuma das teses que sustentamos neste livro se refere ao conhecimento matemático” (BACHELARD, 2005, p.17). O primeiro a trazer para a Matemática a noção de obstáculo epistemológico foi o educador matemático Guy Brousseau, um dos pioneiros da didática da Matemática,

Assim, para estudar o conceito de obstáculo epistemológico, com referência à formação dos conceitos matemáticos, é preciso distinguir o processo primário de descoberta das ideias com a sua apresentação formalizada por um texto. Por

certo, os obstáculos que aparecem no momento da criação dos conceitos não estão normalmente expostos na redação do saber, estão presentes nos labirintos que o matemático mergulha durante a criação (PAIS, 2019, p. 2).

Influenciado pelas obras de Bachelard e de Piaget, Brousseau trata de três tipos de obstáculos: epistemológicos, didáticos e ontogênicos.

Os obstáculos epistemológicos estão ligados de maneira indissociável ao processo histórico dos conceitos, são inerentes à construção do conhecimento, “obstáculos de origem estritamente epistemológica são aqueles dos quais não se pode e não se deve escapar, pelo próprio fato de seu papel constitutivo no conhecimento. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos” (BROUSSEAU, 1989, p. 108). Já os obstáculos didáticos decorrem como consequência das ações docentes no processo educativo, “os obstáculos de origem didática são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou projeto do sistema educacional” (*id ibid*). Enquanto que os obstáculos ontogênicos vêm ao encontro da teoria piagetiana em que determinadas operações e construções cognitivas só são possíveis de acordo com a idade mental e cronológica do indivíduo, “obstáculos de origem ontogenética são aqueles que surgem devido a limitações (neurofisiológico entre outros) do sujeito no momento de seu desenvolvimento: ele desenvolve conhecimento adequado aos seus meios e objetivos nessa idade” (*idem ibidem*).

Uma vez apresentados alguns elementos teóricos que sustentam a pesquisa, envidaremos esforços para analisar as dissertações e teses a fim de conhecer os obstáculos epistemológicos de matemática já indicados pelas pesquisas.

Análise das produções

Para fins de visualização das produções acadêmicas que discutem os obstáculos epistemológicos no ensino de Matemática no ensino fundamental, organizamos o Quadro 01.

Quadro 1. Produções acadêmicas que se enquadram no escopo da pesquisa

Tipo	Título	Autor(a)
Doutorado	Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiro - 2010	PONTES, Mércia de Oliveira
Doutorado	Introdução ao conceito de função: uma proposta com o software SIMCALC no ensino fundamental - 2016	FERREIRA, Robson dos Santos
Mestrado Acadêmico	Erros e obstáculos: os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental no processo de avaliação - 2007	MIRANDA, Werventon dos Santos
Mestrado Acadêmico	Números reais no Ensino Fundamental: alguns obstáculos epistemológicos - 2009	COSTA, Letícia Vieira Oliveira
Mestrado Acadêmico	Obstáculos didáticos na Educação Matemática: o conceito de números racionais no 6º ano do Ensino Fundamental - 2012	MEIER, Wander Mateus Branco

M e s t r a d o Acadêmico	Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no Ensino Fundamental: uma aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a teoria dos campos conceituais - 2012	KIKUCHI, Luzia Maya
M e s t r a d o Acadêmico	Obstáculos e dificuldades relacionados à aprendizagem de números inteiros - 2013	TEODORO, Márcia Maria
M e s t r a d o Acadêmico	Relação entre a formação docente e desempenho de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos - 2016	MARTINS, Josiane Bernini Jorente

Fonte: elaborado pelo autor

Pontes (2010, p. 13) sustenta que “os alunos dos ensinos fundamental, médio e superior enfrentam, na atualidade, diversos obstáculos que foram superados pelos matemáticos do passado”, e percebemos que muitos professores graduados ou cursando licenciatura, desconhecem tais obstáculos. A autora discute números inteiros, com foco no processo de multiplicação de números negativos, a partir da história dos números inteiros.

Nossa inserção da História da Matemática possibilitou identificar o caminho repleto de idas e vindas, que foi percorrido desde Diofanto (séc. III d. C.) até a legitimação dos números inteiros através de sua axiomatização alcançada por George Peacock (1791-1858) e Hermann Hankel (1839-1873), no Século XIX (PONTES 2010, p. 14).

Em seus estudos, a autora identificou vários obstáculos enfrentados por matemáticos ao longo do tempo, tais como “[...] dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas; dificuldade em unificar a reta numérica; ambiguidade dos dois zeros; estagnação no estado das operações concretas [...]” (PONTES 2010, p. 14).

Ao se referir a dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas, a autora assevera que até o século XIX “os matemáticos entendiam o número como coisa, como grandeza, como objeto dotado de substância. Tal concepção torna difícil a compreensão do número negativo ser menor que zero, uma vez que número é quantidade e o zero é a ausência de quantidade” (PONTES, 2010, p. 18).

O tratamento dado aos números, com a ideia de quantidade é muito usado hoje em dia, principalmente no estudo do conjunto dos números naturais, porém não existe o devido cuidado ao se fazer a introdução do conjunto dos números inteiros. Assim, muitos estudantes não conseguem identificar o posicionamento de números inteiros na reta numérica, principalmente os negativos. Alguns até conseguem, mas com a concepção de números opostos, em relação à origem, daí a dificuldade em unificá-la. Tal situação evidencia um aspecto da não compreensão dos números inteiros.

A ambiguidade dos dois zeros é ocasionada pela concepção de que o zero significa nada, ou seja, quando não há quantidade a ser representada. Ao se deparar com os conceitos de zero absoluto ‘ausência de quantidade’ e zero origem ‘centro da reta numérica’, essa situação de dupla identidade cria um obstáculo. Quase sempre prevalece a ideia de zero absoluto, o primeiro conceito apresentado ao estudante.

A autora desenvolveu seu estudo empírico sobre a multiplicação de números negativos na Escola Estadual Castro Alves, em Natal, RN. Para realizar a pesquisa valeu-se de questionários respondidos por 20 (vinte) estudantes de 7º ano do ensino fundamental, 09 (nove) do 1º ano do ensino médio e 16 (dezesesseis) do Ensino Superior. “Este instrumento apresentava

quatro justificativas diferentes para a regra dos sinais na multiplicação entre dois números negativos” (PONTES, 2010, p. 101). No Quadro 2 constam as justificativas para os sinais de multiplicação ao longo da história.

Quadro 2. Justificativas para a regra dos sinais na multiplicação

AUTOR		ASPECTO
1	Simon Stevin (1540-1620)	Recurso geométrico do cálculo de área do retângulo
2	Colin Maclaurin (1698-1746)	Algébrico
3	Hermann Hankel (1839-1873)	Ampliação da multiplicação de R^+ para R .
4	Caderno do National Council of Teachers of Mathematics – NCTM	Multiplicação de seqüência de números inteiros

Fonte: Pontes (2010).

A justificativa melhor compreendida pelos participantes foi a do Caderno do National Council of Teachers of Mathematics – NCTM. Em suas considerações, Pontes (2010, p.132) salienta que “a justificativa com argumento aritmético apresentada no caderno do NTCM como a mais compreensível [...], a mais adequada para ser trabalhada no primeiro contato com as regras dos sinais”, porém as demais justificativas são relevantes no trabalho de superação de obstáculos, devendo ser apresentadas ao estudante conforme o nível de apropriação do conhecimento e necessidade de utilização em abordagens geométrica e algébrica.

Ferreira (2016) considera o conceito de função como de grande relevância, dada as várias possibilidades de aplicação em diferentes contextos e conexões com outros conteúdos matemáticos. Assim desenvolveu seu estudo sobre o conceito de função no ensino fundamental, fazendo uso de um ambiente computacional, o software SimCalc. Apoiar-se na “teoria dos Obstáculos Epistemológicos para o Ensino de Funções proposta por Sierpinska (1992), que nos dará suporte para discutir o que entendemos sobre ‘compreensão do conceito de função’” (FERREIRA, 2016, p.14).

Nesta pesquisa, temos por objetivo discutir quais Obstáculos Epistemológicos apontados por Sierpinska surgem ao introduzir ideias relacionadas ao conceito de Função com alunos de 9º ano do ensino fundamental por meio de um coletivo pensante, e quais são as potencialidades do software SimCalc enquanto integrante desse coletivo que colaboram com a superação dos Obstáculos evidenciados” (FERREIRA, 2016, p. 07).

Com um olhar diferenciado, o autor considera que o pensamento e a formação do conhecimento são construções coletivas. “[...] Um coletivo pensante se constitui por meio das contribuições oferecidas por diferentes atores, sejam eles humanos ou não. Cada um dialoga à sua maneira com os outros na constituição do pensar, enquanto construção coletiva” (FERREIRA, 2016, p. 14). Baseado nas ideias de Borba (2010), Ferreira reflete em relação aos usos do computador como mídia e registra que

[...] uma vez que a informática está se tornando cada vez mais presente em nossas práticas cotidianas, devemos considerar as transformações no conhecimento, decorrentes desta nova mídia [...] o foco está no processo de como o pensamento

se reorganiza com a presença das tecnologias da informação com destaque a que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem seres-humanos e mídias como o lápis e papel e diversas facetas das tecnologias da informação. Tais considerações sugerem novas mudanças nas práticas pedagógicas (FERREIRA, 2016, p.14).

O software SimCalc foi escolhido para integrar o trabalho por vários motivos, dentre estes, a possibilidade de explorar um tipo de representação diferenciada e pouco trabalhada nas escolas,

[...] oferece a possibilidade de trabalhar com até 30 computadores em uma rede com ou sem fio e, desta forma, possibilita que professores possam desenvolver atividades para serem realizadas com a sala toda. A interface dele explora conceitos algébricos, dos quais se destacam a possibilidade da exploração de várias representações, para além das tradicionalmente trabalhadas (tabelas, gráficos, expressões) (FERREIRA, 2016, p. 84).

As atividades foram realizadas com 20 estudantes do 9º ano do ensino fundamental, os encontros foram realizados no laboratório de informática da escola municipal São Roque, São Paulo. Ao realizar a análise dos dados da pesquisa, houve a confirmação de alguns obstáculos epistemológicos propostos por Sierpinski,

[...] 'Proporção é um tipo de relação' foi o que mais se fez presente no trabalho com os alunos participantes da pesquisa, uma vez que ideias relacionadas à proporcionalidade direta foram transpostas para situações de não proporcionalidade, [...] 'A Matemática não está preocupada com problemas práticos'. Pensamos que, na tentativa de contextualizar a Matemática, devemos ter clareza de todas as limitações postas em simulações feitas no ambiente escolar. [...] 'Considerar as mudanças como fenômenos, focar em como as coisas mudam e ignorar o que muda' (FERREIRA, 2016, p. 163-164).

Em suas considerações, Ferreira (2016) ressalta a relevância e a pertinência em relação à introdução do conceito de função ainda no ensino fundamental e sugere o trabalho Coletivo seres-humanos-com-mídias, tendo em vista o coletivo pensante.

Miranda (2007) faz uma análise dos erros e obstáculos presentes nas avaliações de Matemática no ensino fundamental. Para tanto realiza um "estudo analítico do desempenho dos estudantes de 5ª a 8ª séries em Matemática, utilizando as respostas dadas em avaliações feitas por quatro grupos de estudantes de uma escola pública de Ensino Fundamental em testes específicos de matemática" (MIRANDA, 2007, p. 5). Seu trabalho apoia-se em Pochulu (2005) que listou e categorizou erros cometidos por estudantes de ensino fundamental.

Na pesquisa, foram avaliados 94 (noventa e quatro) sujeitos em uma escola pública em Belém do Pará, sendo: 21 (vinte e um) da 5ª série, 25 (vinte e cinco) da 6ª série, 24 (vinte e quatro) da 7ª série e 24 (vinte e quatro) da 8ª série. A investigação foi pautada em três questionamentos,

que tipo de erros vêm ocorrendo entre nossos estudantes;

quais dos erros cometidos pelos alunos de matemática podem

se constituir como “obstáculos didáticos” e

se há coincidência entre os tipos de erros por mim encontrados e os erros encontrados por Pochulu (2005) (MIRANDA, 2007, p. 13).

Após verificação das avaliações, foi constatado que, dos erros citados por Pochulu (2005), alguns foram cometidos pelos participantes da pesquisa e que novas situações foram encontradas.

[...] Transformam um número decimal em fração, tomando a parte inteira como numerador, e a decimal como denominador; [...] Somam ao invés de diminuir; [...] Invertem os termos da subtração quando consideram que o minuendo é menor que o subtraendo; [...] Ao efetuarem a divisão entre frações, dividem o numerador pelo próprio denominador; [...] No cálculo de uma expressão, interpretam o sinal de multiplicação (x) como incógnita; [...] Não conseguem utilizar os sinais “+” e “-” para representar as expressões: um saldo de 13 gols a favor, 100m abaixo do nível do mar, 700m acima do nível do mar e uma temperatura de 23°C abaixo de zero; [...] Não estabelecem a relação de ordem entre números inteiros considerando seu posicionamento na reta numérica; [...] Não conseguem transformar o enunciado de um problema em linguagem algébrica.

Baseado nos resultados da pesquisa, Miranda (2007) ressalta que o obstáculo didático pode ter origem em conteúdos não assimilados pelos estudantes e este fato pode ocorrer em qualquer fase da vida escolar, portanto a atividade docente requer especial atenção ao processo de ensino e a correta assimilação dos conteúdos trabalhados. Miranda (2007, p. 108) afirma “uma vez estabelecido um obstáculo didático coletivo, dificilmente este será superado pelos discentes sem a intervenção docente de forma sistemática”.

Costa (2009, p. 21), em sua dissertação, buscou “identificar alguns exemplos de obstáculos epistemológicos matemáticos nas salas de aula do Ensino Fundamental no ensino/aprendizagem dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais a fim de ampliar a discussão visando à concepção de números reais”.

Em seu referencial teórico, destacam-se Artigue (1990), Bachelard (1974, 1996, 1999, 2001), Brousseau (1997), Boyer (1996), D’amore (2005, 2007), Glaeser (1981), Druck (2006), Sierpiska (1985), Trindade (1996), entre outros.

A primeira parte da pesquisa foi de caráter bibliográfico, para a compreensão da noção de obstáculo epistemológico, conforme proposto por Bachelard (1999) e, também, a concepção segundo a Didática Francesa na Educação Matemática dada por Brousseau. Na segunda parte, foi realizada pesquisa de campo em uma escola particular localizada em São Vicente, São Paulo, com aplicação de questionários semiestruturados, a 121 estudantes do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental, na última semana letiva do ano escolar de 2008.

Na aplicação dos questionários, não houve interferência por parte da pesquisadora que apenas orientou os professores quanto às condições da pesquisa. Foi solicitado que os alunos utilizassem apenas caneta preta ou azul a fim de facilitar a leitura e reprodução das respostas, que eles deixassem as questões em branco se não conseguissem fazer ou que assinalassem as opções ‘não entendi a pergunta’ quando fosse necessário. Além disso, não foi determinado um tempo limite para a resolução das questões (COSTA, 2009, p. 59).

Na última etapa, procedeu a análise dos resultados, a partir dos questionários preenchidos pelos estudantes do Ensino Fundamental, elencou os obstáculos epistemológicos relativos aos conjuntos numéricos. No quadro, a seguir, consta a síntese dos resultados.

Quadro 3. Obstáculos epistemológicos relativos aos conjuntos numéricos

<p>NÚMEROS NATURAIS</p>	<p>SOBRE O RECONHECIMENTO E A UTILIZAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL E SOBRE O PRINCÍPIO DO VALOR POSICIONAL E DA DECOMPOSIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS NAS SUAS DIVERSAS ORDENS.</p>	<p>A ideia de que o zero não possui valor pode interferir na sua interpretação como algarismo utilizado para indicar a ausência de uma ordem inteira no número e se constituir um obstáculo epistemológico para a escrita de números cuja decomposição apresenta ausência de alguma ordem.</p>
<p>NÚMEROS INTEIROS</p>	<p>SOBRE A LOCALIZAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS NA RETA NUMÉRICA E SOBRE O RECONHECIMENTO E UTILIZAÇÃO DE ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS.</p>	<p>A ideia de que o antecessor e o sucessor de um número natural sempre apresenta uma unidade a menos e a mais, respectivamente, pode se constituir um obstáculo epistemológico na identificação de antecessor e sucessor de números negativos.</p>

NÚMEROS RACIONAIS	SOBRE O RECONHECIMENTO DAS REPRESENTAÇÕES DECIMAIS DOS NÚMEROS RACIONAIS COMO UMA EXTENSÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL	<p>O fato dos conjuntos dos números naturais e dos números inteiros serem conjuntos discretos pode aparecer como obstáculo epistemológico para a compreensão de que entre quaisquer dois números racionais existem infinitos números racionais.</p> <p>As ideias de sucessor e antecessor no conjunto dos números naturais (e inteiros) podem aparecer como obstáculo epistemológico na concepção dos números racionais, e futuramente dos reais, no que diz respeito à impossibilidade de definir o número racional ou real que vem 'logo a seguir' de outro número.</p>
	SOBRE A IDENTIFICAÇÃO DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DE UM MESMO NÚMERO RACIONAL.	O fato do número natural (e de um inteiro) se apresentarem 'prontos' pode ser um obstáculo epistemológico na apropriação de números que possuem símbolo em sua representação, como no caso a divisão de uma fração.
	SOBRE A IDENTIFICAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS NA RETA NUMÉRICA.	O fato de um número natural (e um inteiro) normalmente, utilizando apenas algarismos, ser escrito de uma única maneira pode ser um obstáculo epistemológico para a aceitação de que um número racional pode admitir mais de uma representação.
	SOBRE A COMPARAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS	<p>A ideia de que podemos comparar dois números naturais pela quantidade de algarismos que eles possuem pode se constituir um obstáculo epistemológico na comparação de números racionais escritos na forma decimal que apresente diferentes algarismos após a vírgula.</p> <p>A ideia de que a comparação entre números naturais é realizada levando-se em consideração apenas o seu valor absoluto pode se constituir em um obstáculo na comparação entre frações que apresentam o mesmo numerador e denominadores.</p>
NÚMEROS IRRACIONAIS	SOBRE A CONCEPÇÃO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS	O fato de um número inteiro se apresentar 'pronto' pode ser um obstáculo epistemológico na apropriação de números que possuem algum símbolo em sua representação, como no caso dos irracionais obtidos por raízes quadradas.

Em sua dissertação, Meier (2012) destaca que além dos obstáculos de origem didática existem também os obstáculos epistemológicos. Desenvolveu sua pesquisa na perspectiva pedagógica Histórico-Crítica, em que realizou estudo bibliográfico e de campo em dois colégios da cidade de Cascavel, Paraná. Foram realizadas gravações em áudio e vídeo de aulas ministradas por um professor de cada estabelecimento de ensino, em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental.

A construção do conhecimento matemático utilizando a História da Matemática e dos Obstáculos Epistemológicos pode ser uma forma de minimizar os Obstáculos Didáticos, sem a necessidade de reproduzir as determinantes históricas em sala de aula, mas sim trazendo as ideias tidas historicamente como verdadeiras pela ação didática, possibilitando aos alunos a construção do conhecimento, conforme foi construído historicamente (MEIER, 2012, p. 54).

Seu trabalho apoia-se em vários teóricos, com destaque para Bachelard (1996), Brasil (2010), Brousseau (1983, 1998), D'ambrósio (1994), Piaget (1975, 1977, 1998), Saviani (2002, 2012), Vergnaud (1978). O autor apresenta especial atenção quanto aos aspectos sociais, fazendo uso de teóricos específicos deste campo como Dallari (2013), Engels (1976, 1986), Gaspareto (2010), Marx (1979), Mészáros (2002).

Ao tratar da práxis no processo de ensino, Meier (2012, p. 62) afirma que

O professor precisa conhecer os obstáculos existentes para ensinar uma adequada prática pedagógica, respeitando o conhecimento prévio do aluno, instrumentalizando-o para que alcance a continuidade no processo de aprendizagem no intuito de tornar esses Obstáculos Epistemológicos um conjunto de erros retificados, ou seja, obstáculos que, uma vez superados, contribuam para a formação do conhecimento discente. O erro não pode ser tido como negativo e sim como obstáculo a ser superado.

O autor ressalta a importância do diálogo, da intersubjetividade no processo de ensino e de aprendizagem, enfatiza a necessidade de o professor fazer com o estudante e não para o estudante, valorizando o conhecimento prévio que este já possui.

Após a análise dos dados coletados na pesquisa de campo, podemos constatar a existência de uma apropriação equivocada da relação entre números inteiros e números racionais.

Ocorrem aqui dois problemas: o primeiro é que o conceito de números inteiros traz, ao entrar em contato com os números racionais, um Obstáculo Epistemológico, pois se trata de um conjunto que se constitui do primeiro, mas que abarca infinitos outros elementos e a criança terá dificuldades em entender que as frações que representam partes de um inteiro. O segundo, que deriva deste, é que a articulação entre os dois grupos de números – os inteiros e os demais elementos que pertencem ao conjunto dos números racionais – é prejudicada, isto é, é difícil para o aluno compreender que os números inteiros também podem ser representados por frações, divisões e/ou razões, por isso também pertencem ao conjunto dos números racionais. É necessária uma nova evolução na estrutura de classificação para que o aluno compreenda as novas inclusões de classe – conjuntos numéricos – em patamares cada vez mais complexos (MEIER, 2012, p. 67).

Em suas considerações, Meier (2012, p. 93) discorre acerca do papel do professor e enfatiza “O professor deve primar pelo aprendizado do aluno, mesmo que para isso seja necessário não cumprir o currículo escolar, ou seja, o professor deve, se necessário, selecionar os conteúdos essenciais para o desenvolvimento do aprendizado do aluno”.

A dissertação de Kikuchi (2012) teve como objetivo investigar os obstáculos à aprendizagem de álgebra no Ensino Fundamental com o intuito de ajudar na compreensão das dificuldades envolvidas no aprendizado desse tópico. O trabalho foi desenvolvido na perspectiva psicológica de Vergnaud (1994) que trata da Teoria dos Campos Conceituais e nos Obstáculos Epistemológicos enunciados por Bachelard (1938).

Ao abordar os Campos Conceituais em seu trabalho, faz referência a Vergnaud (1990), “um conceito nunca pode ser reduzido a sua definição. [...] é através das situações e de problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança” (KIKUCHI, 2012, p. 50).

No desenvolvimento do estudo, houve extensa pesquisa bibliográfica, com destaque para Bachelard (1938), Brousseau (1976, 1983, 2000, 2001), Boyer (1996), Vergnaud (1980, 1990, 1993, 1994), entre outros, a pesquisa de campo foi dividida em duas fases, inicialmente houve um estudo piloto, organizado em forma de teste contendo quatro questões de múltipla escolha e uma questão aberta, as questões foram retiradas de uma avaliação anterior realizada pelo Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). Esse estudo piloto foi realizado em três escolas da rede pública com alunos do nono ano do Ensino Fundamental e o tema abordado foi Álgebra.

A segunda fase, chamada de estudo final, mais abrangente em termos conceituais, envolveu questões de Lógica, Álgebra, Estatística e Geometria, nessa etapa o teste foi aplicado em uma das três escolas iniciais.

Segundo a Teoria dos Campos Conceituais para a transposição bem-sucedida dos obstáculos, alguns elementos devem ser levados em consideração: “o Tempo de aprendizagem”, ‘a consciência de que nem tudo é obstáculo’, ‘Abstração’, entre outros

Um professor deveria levar em conta que todo aluno possui um tempo próprio de aprendizagem. Esse tempo está associado à maturidade cognitiva do sujeito, não necessariamente à maturidade cronológica. [...] nem tudo é obstáculo. [...] uma dificuldade na leitura do enunciado, uma pergunta formulada de forma a gerar um equívoco por parte do leitor, termos técnicos não compreendidos e desconhecimento de aplicação de uma técnica para resolver o problema. Tais dificuldades nada têm a ver com obstáculos [...]. Nos últimos tempos, há um movimento de pesquisas e até afirmações de alguns educadores de que a Matemática torna-se difícil pelo excesso de abstração e, portanto, esta deve ser evitada. Todavia, se deixarmos de tratar os aspectos abstratos da Matemática, deixamos de trabalhar com muitos conceitos importantes nela envolvidos, limitando-a a uma disciplina que serve apenas para aplicação de cálculos do cotidiano (KIKUCHI, 2012, p. 106-113).

Alguns obstáculos foram identificados como de origem epistemológica: não reconhecimento de informação implícita; estranheza ao operar com números e letras juntos; adição ou subtração de coeficientes de variáveis de grau diferentes; não compreensão dos conceitos de perímetro e de área.

Teodoro (2013) debruçou-se ao estudo da aprendizagem de números inteiros, procurou respostas para algumas frustrações em relação ao aprendizado de seus alunos, quando buscou

Levantar, em pesquisas em Educação Matemática, as dificuldades de aprendizagem e os obstáculos verificados

para o ensino dos números inteiros, buscar as orientações para o ensino desses números em documentos que regem a educação básica, e verificar se essas orientações se fazem presentes nos livros didáticos (TEODORO, 2013, p. 112).

A pesquisa bibliográfica e documental iniciou com um estudo dos obstáculos epistemológicos proposto por Bachelard (1996), seguido pelas contribuições de Brousseau (1976, 2008) ao trazer tais obstáculos para o campo da Matemática. Outras referências utilizadas: Boyer (1974), Eves (2004), Glaeser (1984, 2010), Ifrah (1998), Kalson (1961). Na revisão de literatura, foram procurados trabalhos que tratam das dificuldades apresentadas por alunos ao estudarem números inteiros.

Na parte documental, foram verificados “Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) 1998, e Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná. Análise de livros didáticos: das dez coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2010 (PNLD 2010)” (TEODORO, 2013, p. 26).

Nas considerações finais, ao tratar dos obstáculos presentes na literatura em Educação Matemática e o ensino de números inteiros, Teodoro (2013, p.112) cita Brousseau (1976),

[...] existem três origens para obstáculos didáticos, a origem ontogênica ocorre em decorrência do desenvolvimento cognitivo do aluno; a origem didática, que está relacionada à concepção de ensino do professor e suas escolhas didáticas; e, por fim, os obstáculos de origem epistemológica, que não se constitui pela falta de um conhecimento, mas é um conhecimento que tem validade em determinado domínio, porém quando aplicado fora desse domínio ou ampliação dele, produz respostas erradas ou insatisfatórias. Sendo assim, os obstáculos didáticos de origem ontogênica e didática descritos por Brousseau (1976) se constituem em dificuldades de aprendizagem, e, para que sejam superadas, é necessário que sejam realizadas mudanças ou adaptações nas ações didáticas do professor em sala de aula. Temos então os obstáculos de origem epistemológica, que caracterizam-se como obstáculos do ensino, visto que destes não há como fugir, pois fazem parte do conhecimento do aluno.

A autora elencou três categorias referentes às dificuldades,

Dificuldade para realizar a conversão de um problema com números negativos, do enunciado na língua materna para a linguagem numérica. Dificuldade de compreender o conceito de números negativos, bem como realizar operações básicas com eles. Dificuldade em atribuir significado a quantidades negativas (TEODORO, 2013, p.114).

Conclui que “[...] muitas das orientações dos PCN estão contempladas nos livros didáticos verificados. Além disso, é possível ver tentativas de criar situações em que o aluno tenha condições de superar obstáculos [...]” (TEODORO, 2013, p. 117)

Com objetivo de “investigar possíveis relações entre o desempenho na resolução de problemas matemáticos por alunos, por futuros professores e por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental” (MARTINS, 2016, p. 16) utilizou abordagem quanti-qualitativa em sua pesquisa de mestrado, apoiando-se na perspectiva teórica de Vygotsky (Psicologia Histórico-cultural) e em Saviani (Pedagogia Histórico-Crítica).

Realizou-se em um primeiro momento, uma revisão entre os anos de 2004 a 2014, junto à Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD – buscando discutir a formação inicial dos professores para atuarem nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com ênfase na apropriação dos conceitos matemáticos. Constatou-se que os professores dos anos iniciais apresentam lacunas em sua formação matemática, dificultando à escola possibilitar a muitos de seus alunos a apropriação dos conceitos matemáticos (MARTINS, 2016, p. 7).

A pesquisa de campo foi desenvolvida em um município do oeste paraense e contou com a participação de com 18 (dezoito) concluintes de um curso de Pedagogia de uma instituição privada; 18 (dezoito) concluintes do curso de Formação de Docentes em nível médio, 62 (sessenta e dois) professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas municipais e 278 (duzentos e setenta e oito) alunos do quinto ano do Ensino Fundamental.

Para a coleta de dados, foram utilizados dois instrumentos: um questionário e uma prova com questões de Matemática, neste caso, um simulado da Prova Brasil “que é realizada a cada dois anos e envolve os alunos do quinto e nono anos do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal” (MARTINS, 2016, p. 16).

Quando solicitados a elencar conteúdos que consideram difíceis para ensinar, o conteúdo de frações obteve maior número de ocorrências nas respostas dos professores dos anos iniciais que ensinam Matemática.

Considerações

A pesquisa indicou a existência de obstáculos epistemológicos nas obras analisadas, o obstáculo a Experiência Primeira encontrado em Pontes (2010), quando cita a ambiguidade do zero, como *ausência de quantidade* e como *origem da reta numérica*; também verificado em Costa (2009) na ideia do *zero não possuir valor*, pode interferir na interpretação de como algarismo utilizado para indicar a ausência de uma ordem inteira no número, ambas situações em que geralmente a Experiência Primeira prevalece.

O Obstáculo verbal é evidenciado em Costa (2009, p.144), “a ideia de que o antecessor e o sucessor de um número natural sempre apresentam uma unidade a menos e a mais respectivamente, pode se constituir um obstáculo epistemológico na identificação de antecessor e sucessor de números negativos”.

Na perspectiva de Brousseau, encontramos obstáculos de origem ontogênica e, em maior número, os de origem didática, geralmente oriundos de práticas educativas e escolhas de estratégias equivocadas por parte dos docentes, quer pela fragilidade da formação acadêmica, ou currículos enrijecidos e falta de materiais.

Observações relevantes foram verificadas nas considerações das obras analisadas, como: a importância de estudos de formação continuada para os docentes, em face da fragilidade da formação inicial de vários cursos de licenciatura; respeito ao tempo próprio de aprendizagem de cada estudante; valorização do conhecimento prévio dos estudantes; o estímulo para o enfrentamento e a superação dos obstáculos; a consciência do que é dificuldade e o que é obstáculo; a importância da complementação, por parte do docente, das estratégias e materiais contidos nos livros didáticos; a valorização do trabalho de apreensão dos conceitos matemáticos em sala de aula; seleção de conteúdos essenciais para o desenvolvimento do aprendizado do estudante; uma nova postura docente diante dos erros dos estudantes, e o seu uso no planejamento didático; o estudo de produções científicas na área da educação por parte dos professores das escolas de nível Fundamental e Médio.

Os aspectos metodológicos predominantes nas produções analisadas são: pesquisa bibliográfica de abordagem qualitativa, com uso de trabalho de campo e aplicação de questionários e avaliações.

Outro fator presente nas produções verificadas é o desconhecimento quanto à existên-

cia de obstáculos epistemológicos por uma parcela considerável dos docentes, tal situação pode agravar as dificuldades no ensino da Matemática nas nossas escolas.

Referências

BACHELARD, Gaston. **A Formação do Espírito Científico**: contribuição para uma psicanálise do Conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. 5ª reimpressão. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

BROUSSEAU, Guy. **Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique**. In G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques* (pp. 115-160). Grenoble La Pensée Sauvage. 1998.

_____. **Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques**. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs, Obstacles et Conflits*. Montréal: CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc. 1989, p.41-63.

COSTA, Letícia Vieira Oliveira. **Números Reais no Ensino Fundamental**: Alguns Obstáculos Epistemológicos. 2009. 368 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *In: Revista de Administração de Empresas*. São Paulo, v. 35, n. 3, pp. 20-29 Mai./Jun. 1995

FERREIRA, Robson dos Santos. **Introdução ao conceito de função**: uma proposta com o software simcalc no ensino fundamental. 2016. 197 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016.

KIKUCHI, Luzia Maya. **Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental**: uma aproximação entre os Obstáculos Epistemológicos e a Teoria dos Campos Conceituais. 2012. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

MARTINS, Josiane Bernini Jorente. **Relação entre Formação Docente e Desempenho de Alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas Matemáticos**. 2016. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2016.

MEIER, Wander Mateus Branco. **Obstáculos didáticos na educação matemática**: o conceito de números racionais no 6º ano do ensino fundamental. 2012. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2012.

MIRANDA, Werventon dos Santos. **Erros e obstáculos**: os conteúdos matemáticos do ensino fundamental no processo de avaliação. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

MOROSINI, Marília Costa. Estado de conhecimento e questões do campo científico. *In: Revista do Centro de Educação UFSM*. Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 101-116, jan./abr. 2015.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros**. 2010. 158 f. Tese (Doutorado em Educação). Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

TEODORO, Márcia Maria. **Obstáculos e dificuldades relacionados à aprendizagem de números inteiros**. 2013. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante Anhanguera, São Paulo, 2013.

TRINDADE, José Análio de Oliveira. **Os Obstáculos Epistemológicos e a Educação Matemática**. 1996. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, 1996.

VIZOLLI, Idemar. **Registro de Representação Semiótica no Estudo de Porcentagem**. 2001. 229 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

VIZOLLI, Idemar; SÁ, Pedro Franco de. Um estado do conhecimento em relação a formação continuada para professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na Amazônia Legal Brasileira. *In: Revista da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC)*. Cuiabá, MT (No prelo).

Recebido em: 14 de agosto de 2020.

Aceito em: 28 de outubro de 2020.